COURS Cinquième

Grandeurs et mesures

Utilisation prioritaire :

du bleu (bleu 3), du rouge (rouge) et du vert (vert 4)

1 Aires

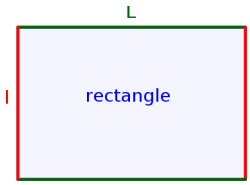
1 Calculer l'aire de polygones usuels

Soyons curieux

Mesure de l'aire de la surface des cours du lycée et du collège à l'aide d'un logiciel.

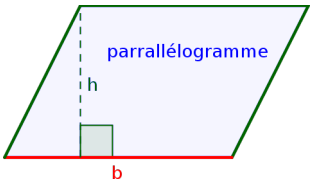
1.1) Propriétés

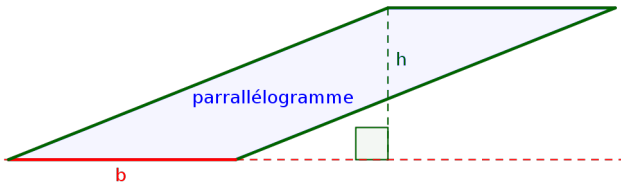
L'aire d'un rectangle est : $A_{\text{rectangle}} = l \times L$



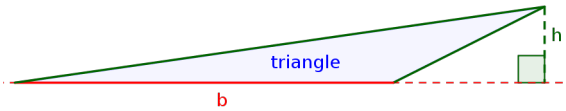
L'aire d'un carré est : $A_{\text{carré}} = c \times c = c^2$

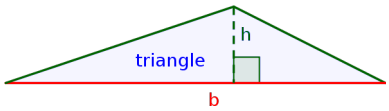
L'aire d'un parallélogramme est : $A_{\text{parallélogramme}} = b \times h$





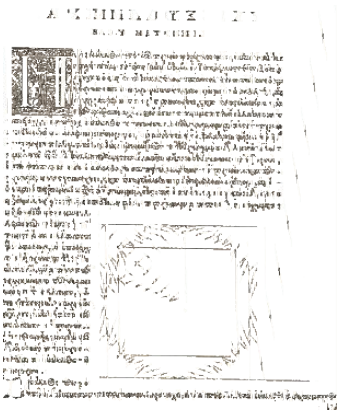
L'aire d'un triangle est : $A_{\text{triangle}} = \dfrac{b \times h}{2}$





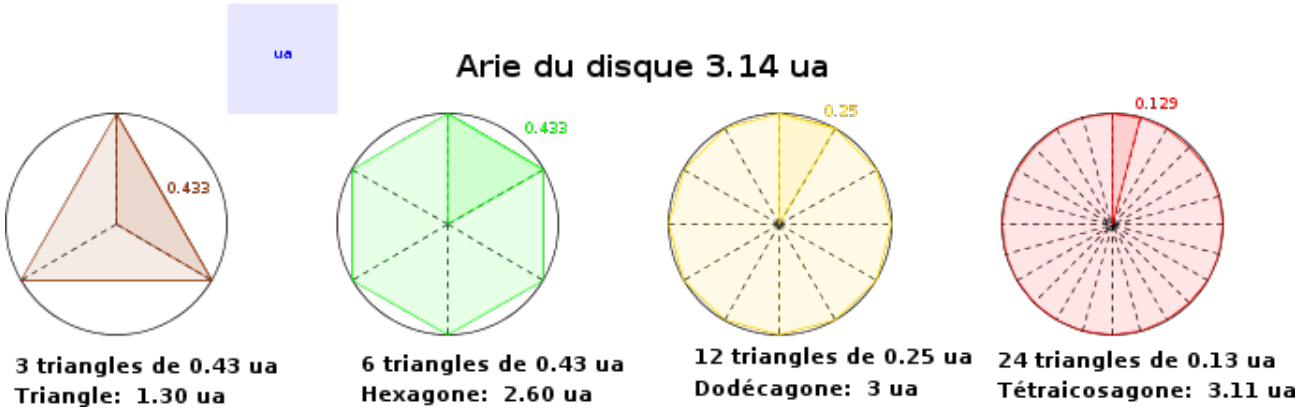
2 Calculer l'aire d'un disque

Soyons curieux



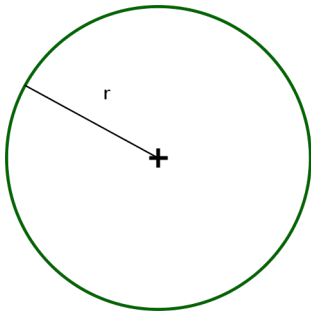
ARCHIMÈDE (287-212 av. J.-C.)

Le plus célèbre géomètre de l'Antiquité ; tout jeune, il se rend à Alexandrie pour écouter les leçons d'Euclide et déjà il se signale par ses découvertes et ses travaux. De retour dans sa ville natale, Syracuse, il se consacre aux recherches scientifiques. Le premier, il détermine le rapport approché du diamètre à la circonférence ; dans un traité intitulé : "De la mesure du cercle", Archimède propose sa méthode (la première connue de l'histoire) pour calculer π , qui fait intervenir des polygones ; il obtint une évaluation de π assez stupéfiante : 3,1408 < π < 3,1429.

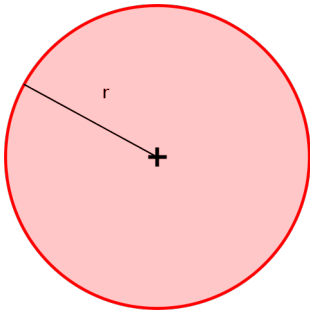


2.1) Propriétés

La **longueur** d'un cercle de rayon r est : $L_{cercle} = 2 \times \pi \times r = 2\pi r$.



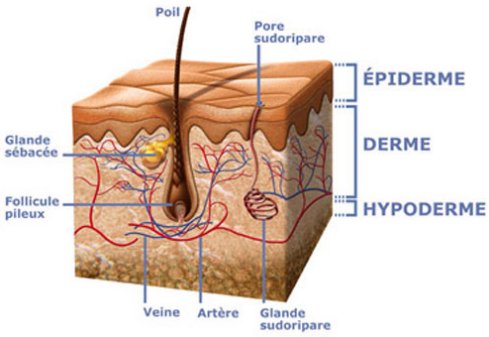
L'**aire** d'un disque de rayon r est : $A_{disque} = \pi \times r \times r = \pi r^2$.



3 Calculer l'aire d'une surface par représentation géométrique

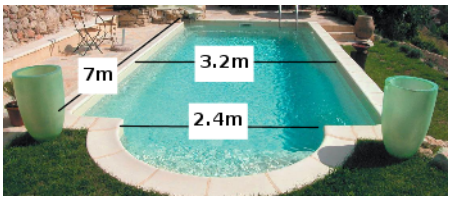
Soyons curieux

La peau (provenant du latin pellis) est un organe composé de plusieurs couches de tissus. Elle est la première barrière de protection de l'organisme des animaux vertébrés.



Chez l'homme, elle est l'organe le plus étendu et le plus lourd du corps au regard de sa surface et de sa masse : chez l'adulte, **environ 2 m²** pour 3 kg chez la femme et 5 kg chez l'homme (soit 7 % de sa masse total).

3.1) Déterminer l'aire d'une surface

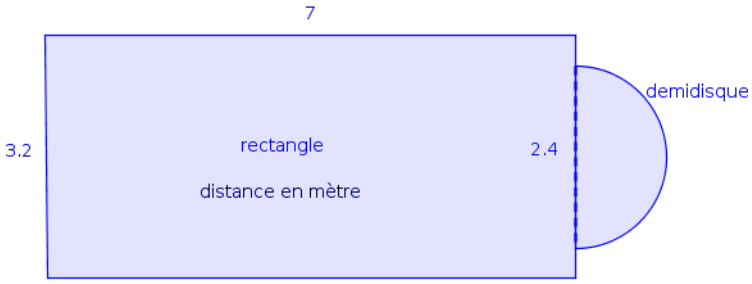


Énoncé : Déterminer la surface au sol de cette piscine.

Solution :

Pour déterminer l'aire d'une surface, on peut la décomposer en une ou plusieurs figures géométriques dont on sait calculer l'aire (rectangle, carré, triangle ou disque)

1. On fait un schéma en y « découpant » des formes géométriques connues.



2. On effectue les mesures nécessaires et on annote le schéma.
3. On calcule l'aire de chacune des figures et on en déduit l'aire de la surface recherchée :

$$\text{Aire}_{\text{piscine}} = \text{Aire}_{\text{rectangle}} + \text{Aire}_{\text{demi-disque}}$$

$$= 3{,}2\times 7 + \frac{\pi\times 1{,}2^2}{2}$$

$$= 22{,}4\times + 0{,}72\,\pi \simeq 24{,}66\ m^2$$

4. On conclue : La surface de la piscine à une aire de 24,66 m².

2 Solides : calcul de volumes

1 Vocabulaire et représentations de solides

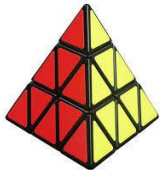
Soyons curieux


prisme


Dodécaèdre


cube


cylindre

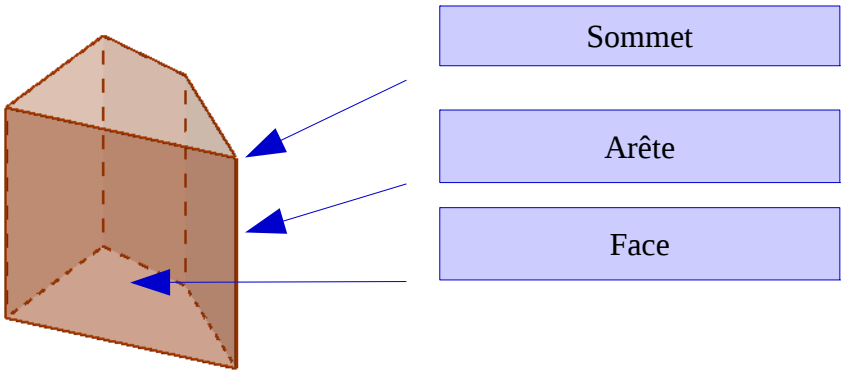

pyramide

Ernő Rubik invente en 1974 le casse-tête : « Rubik's cube ». En 2007 il reçoit le prix Kossuth pour la création de son casse tête.

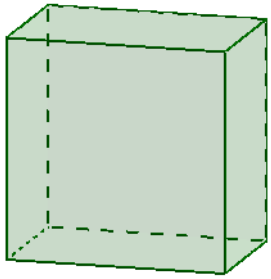
1.1) Prisme droit

Définition : Un prisme droit est un polyèdre qui a deux faces parallèles et superposables (ses bases) et dont les autres faces sont rectangulaires.

- Un prisme quelconque :



- parallélépipède rectangle (ou pavé droit) est un prisme dont toutes les faces sont des rectangle :



1.2) D'autres catégories de solides


Cylindre


Sphère


Cône


Pyramide

1.3) Perspective cavalière

La représentation en perspective cavalière d'un solide est une représentation qui respecte le parallélisme et qui représente les arêtes non visibles par des segments en pointillés.

(utilisé ici pour les prismes)

2 Calculer le volume d'un prisme droit et d'un cylindre

Soyons curieux

Le 26 mars 1791 naissait le mètre, (sur la proposition du Chevalier JC de Borda) dont la longueur était établie comme égale à la dix millionième partie du quart du méridien terrestre.

Le mètre concrétisait l'idée d'une « unité qui dans sa détermination, ne renfermait rien ni d'arbitraire ni de particulier à la situation d'aucun peuple sur le globe ».

Le m³ étant le volume d'un cube ayant 1m de côté.

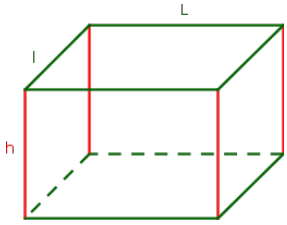
2.1) Propriété

Le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre est : V = Hauteur * Aire de la base

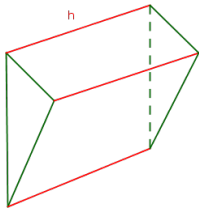
2.2) Exemples

Le volume d'un pavé droit est : V = **h** * **l** * **L**

Car la base est un rectangle.

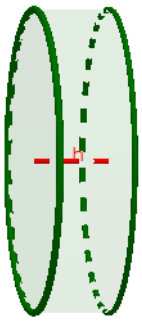


Le volume d'un prisme droit est : V = **h** * Aire de la base



Le volume d'un cylindre est : V = **h** * π * r^2

Car la base est un disque.



3 Calculer le volume d'un objet par représentation géométrique

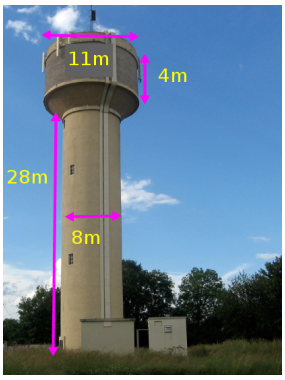
Soyons curieux

Ordre de grandeur des volumes en m³ :

grain de sable	0,000 000 000 1	Khéops	2 680 000
feuille A4	0,000001	lac Léman	89 000 000 000
téléphone portable	0,0007	lune	22 000 000 000 000 000 000
Chêne (arbre)	80	Terre	1 100 000 000 000 000 000 000
Maison	400	Soleil	1 400 000 000 000 000 000 000 000 000

3.1) Déterminer le volume d'un objet

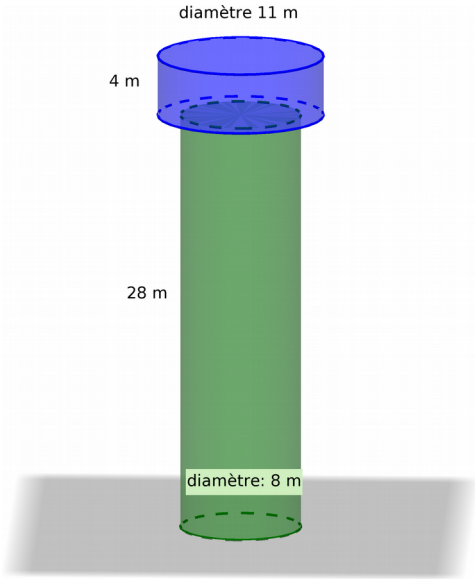
Énoncé : déterminer le volume du château d'eau.



Solution :

Pour déterminer le volume d'un objet, on peut le décomposer en un ou plusieurs solides dont on sait calculer le volume (pavé droit, cylindre, certains prismes droits connus).

1. On fait un schéma en décomposant avec des solides connus :
2. On annote le schéma avec les mesures nécessaires :
3. On calcule le volume de chacun des solides et on en déduit le volume recherché :



$$\text{Volume}_{\text{château d 'eau}} = \text{Volume}_{\text{Cylindre vert}} + \text{Volume}_{\text{Cylindre bleu}}$$

$$= 28 * \pi * 4^2 + 4 * \pi * 5{,}5^2$$

$$= 448 * \pi + 181{,}5 * \pi$$

$$\approx 1\,978 \text{ m}^3$$

Le volume du château d 'eau est de 1 978 m³.